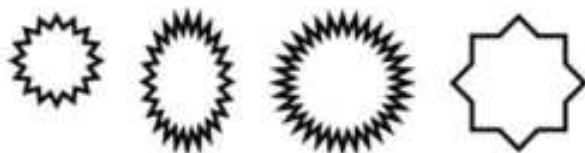


Egyenletek, egyenlőtlenségek

- 1) a) Oldja meg a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
(2 pont)
- b) Oldja meg az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
(4 pont)
- c) Legyen az A halmaz a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza, B pedig az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az $A \cup B$, $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat!
(6 pont)
- 2) Az $a = 2$ és $b = -1$ esetén számítsa ki C értékét, ha $\frac{1}{C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$!
(2 pont)
- 3) Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!
(12 pont)
- $$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 600 \\ (x - 10) \cdot (y + 5) = 600 \end{array} \right\}$$
- 4) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet: $-2x^2 + 13x + 24 = 0$!
(2 pont)
- 5) a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!
(5 pont)
- $$(x + 2)^2 - 90 = 5 \cdot (0,5x - 17)$$
- b) Oldja meg a valós számok halmazán $\frac{3-x}{7x} < 2$ egyenlőtlenséget!
(7 pont)
- 6) Ha az eredetileg $I_0 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ intenzitású lézersugár x mm ($x \geq 0$) mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x) = I_0 \cdot 0,1^{\frac{x}{6}} \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0 = 800 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.
- a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!)
(3 pont)
- | | | | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| x (mm) | 0 | 0,3 | 0,6 | 1,2 | 1,5 | 2,1 | 3 |
| $I(x) \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ | 800 | | | | | | |
- b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!)
(6 pont)
- c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfényvel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel?
(8 pont)



- 8) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!
- a) $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$ (5 pont)
- b) $-3x^2 - 1 \leq -4$ (7 pont)
- Mindkét esetben ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!
- 9) Mekkora az $x^2 - 6,5x - 3,50$ egyenlet valós gyökeinek összege, illetve szorzata? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 10) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!
- a) $5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$ (5 pont)
- b) $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1$, ahol $x \neq 0$ és $x \neq -2$ (7 pont)
- 11) a) Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$ egyenlőtlenséget! (7 pont)
- b) Adja meg az x négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$. (4 pont)
- c) Oldja meg a $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi; \pi]$ alaphalmazon. (6 pont)
- 12) Legyenek f és g a valós számok halmazán értelmezett függvények, továbbá:
 $f(x) = 5x + 5,25$ és $g(x) = x^2 + 2x + 3,5$
- a) Számítsa ki az alábbi táblázatok hiányzó értékeit! (3 pont)
- | | | | |
|--------|---|--------|-----|
| x | 3 | x | |
| $f(x)$ | | $g(x)$ | 2,5 |
- b) Adja meg a g függvény értékkészletét! (3 pont)
- c) Oldja meg az $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán! (6 pont)
- 13) Mely x valós számokra igaz, hogy $x^2 = 9$? (2 pont)
- 14) a) Melyik $(x; y)$ valós számpár megoldása az alábbi egyenletrendszernek?
- $$\left. \begin{array}{l} 2x - 6y = 4 \\ 3x + 5y = 20 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$
- a) Oldja meg az alábbi egyenletet!
- $$\sqrt{x+2} = x \quad (6 \text{ pont})$$
- 15) Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!
- a) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$ (5 pont)
- b) $\lg(x-1) + \lg 4 = 2$ (7 pont)
- 16)
- a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!
- $$x + 4 = \sqrt{4x + 21} \quad (6 \text{ pont})$$
- b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y valós számot jelöl!
- $$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 16 \\ 5x - 2y = 45 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$

17) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(x - 3)^2 + 2x = 14$$

Válaszát indokolja!

(3 pont)

18) Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12%-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

a) Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzük volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt? (10 pont)

b) A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzük aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztzkodás után? (7 pont)

19) 2001-ben a havi villanyszámla egy háztartás esetében három részből állt. az alapdíj 240 Ft, ez független a fogyasztástól, a nappali áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 19,8 Ft, az éjszakai áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 10,2 Ft. A számla teljes értékének 12 %-át kell még általános forgalmi adóként (ÁFA) kifizetnie a fogyasztónak.

a) Mennyit fizetett forintra kerekítve egy család abban a hónapban, amikor a nappali fogyasztása 39 kWh, az éjszakai fogyasztása 24 kWh volt? (3 pont)

b) Adjon képletet a befizetendő számla F összegére, ha a nappali fogyasztás x kWh, és az éjszakai fogyasztás pedig y kWh! (3 pont)

c) Mennyi volt a család fogyasztása a nappali, illetve és az éjszakai áramból abban a hónapban, amikor 5456 Ft-ot fizettek, és tudjuk, hogy a nappali fogyasztásuk kétszer akkora volt, mint az éjszakai? (8 pont)

d) Mekkora volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya abban a hónapban, amikor a kétféle fogyasztásért (alapdíj és ÁFA nélkül) ugyanannyit kellett fizetni? (3 pont)

20) Egy farmernadrág árát 20 %-kal felemelték, majd amikor nem volt elég nagy a forgalom, az utóbbi árat 25 %-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Válaszát számítással indokolja! (4 pont)

21) Az erdőgazdaságban háromféle fát nevelnek (fenyő, tölgy, platán) három téglalap elrendezésű parcellában. A tölgyfák parcellájában 4-gyel kevesebb sor van, mint a fenyőfákéban, és minden sorban 5-tel kevesebb fa van, mint ahány fa a fenyő parcella egy sorában áll. 360-nal kevesebb tölgyfa van, mint fenyőfa. A platánok telepítésekor a fenyőkéhez viszonyítva a sorok számát 3-mal, az egy sorban lévő fák számát 2-vel növelték. Így 228-cal több platánfát telepítettek, mint fenyőt.

a) Hány sor van a fenyők parcellájában? Hány fenyőfa van egy sorban? (10 pont)

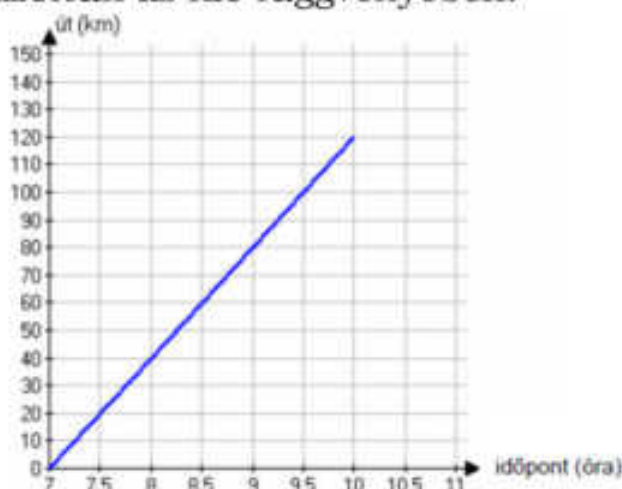
b) Hány platánfát telepítettek? (2 pont)

22) Bea édesapja két és félszer olyan idős most, mint Bea. 5 év múlva az édesapa 50 éves lesz. Hány éves most Bea? Válaszát indokolja! (3 pont)

23) Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? (2 pont)

24) Egy vállalat 250 000 Ft-ért vásárol egy számítógépet. A gép egy év alatt 10%-ot veszít az értékéből. Mennyi lesz a gép értéke 1 év elteltével? Írja le a számítás menetét! (3 pont)

- 25) Budapestről reggel 7 órakor egy tehervonat indul Debrecenbe, amely megállás nélkül egyenletes sebességgel halad. A koordináta-rendszerben a tehervonat által megtett utat ábrázoltuk az idő függvényében.



- a) Mekkora utat tett meg a tehervonat az első órában? (2 pont)
 b) Számítsa ki, hogy hány óra alatt tesz meg a tehervonat 108 kilométert? (2 pont)

Budapestről reggel 7 óra 30 perckor egy gyorsvonat is indul ugyanazon az útvonalon Debrecenbe, amely megállás nélkül 70 km/h állandó nagyságú sebességgel halad.

- c) Rajzolja be a fenti koordináta-rendszerbe a gyorsvonat út-idő grafikonját a 7 óra 30 perc és 9 óra 30 perc közötti időszakban! (2 pont)
 d) Számítsa ki, hogy mikor és mekkora út megtétele után éri utol a gyorsvonat a tehervonatot! (11 pont)

- 26) Egy új típusú, az alacsonyabb nyomások mérésére kifejlesztett műszer tesztelése során azt tapasztalták, hogy a műszer által mért p_m és a valódi p_v nyomás között a $\lg p_m = 0,8 \cdot \lg p_v + 0,301$ összefüggés áll fenn.

A műszer által mért és a valódi nyomás egyaránt pascal (Pa) egységekben szerepel a képletben.

- a) Mennyit mér az új műszer 20 Pa valódi nyomás esetén? (4 pont)
 b) Mennyi valójában a nyomás, ha a műszer 50 Pa értéket mutat? (6 pont)
 c) Mekkora nyomás esetén mutatja a műszer a valódi nyomást? (7 pont)

A pascalban kiszámított értékeket egész számra kerekítve adja meg!

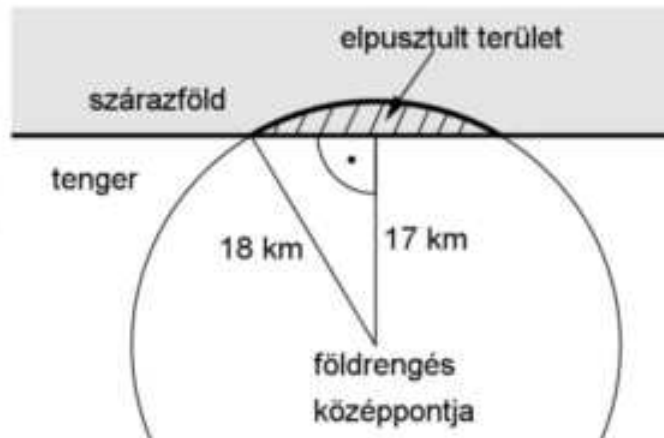
- 27) Egy szám $\frac{5}{6}$ részének a 20%-a 31. Melyik ez a szám? Válaszát indokolja!

(3 pont)

- 28) Újsághír: „Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”

A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló

összefüggés: $M = -4,42 + \frac{2}{3} \lg E$.



Ebben a képletben E a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), M pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

- a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1,344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel? (3 pont)
- b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia? (3 pont)
- c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban? (5 pont)
- d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve? (6 pont)

29) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Válaszát indokolja!

(4 pont)

30) Az $x^2 + bx - 10 = 0$ másodfokú egyenlet diszkriminánsa 49. Számítsa ki b értékét! Számítását részletezze! (3 pont)

31) Oldja meg az $x^2 - 4x - 21 = 0$ egyenletet a valós számok halmazán! (2 pont)

32) Az x -nél 2-vel nagyobb számnak az abszolút értéke 6. Adja meg x lehetséges értékeit! (2 pont)

33) Oldja meg az alábbi egyenletet a nemnegatív valós számok halmazán!

$$\sqrt{x} = 4^3$$

(2 pont)

34) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$7 - 2 \cdot (x + 5) = \frac{x + 6}{4} + \frac{x + 2}{2}$$

(5 pont)

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

(5 pont)

35) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(2x - 3)^2 = x^2$$

(5 pont)

b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző? (5 pont)

36) Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény: $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 4$.

a) Számítsa ki az f függvény $x = -5$ helyen felvett helyettesítési értékét! (2 pont)

b) Ábrázolja az f függvényt, és adja meg szélsőértékének helyét és értékét! (5 pont)

c) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(x-1)^2 - 4 = x - 1. \quad (5 \text{ pont})$$

37) a) Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja $\frac{4}{11}$. Határozza meg ezt a törtet! (5 pont)

b) A $\frac{100}{n}$ tört nevezőjében az n helyére véletlenszerűen beírunk egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott tört értéke egész szám lesz? (5 pont)

38) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} = \frac{8}{(x+2)(x-2)} \quad (6 \text{ pont})$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2} < 0 \quad (4 \text{ pont})$$

c) Határozza meg a valós számokon értelmezett $f(x) = x^2 - 6x + 5$ függvény minimumának helyét és értékét! (4 pont)

39) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

40) a) Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} + 230 \quad (4 \text{ pont})$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3 \cdot 4^x + 4^{x+1} = 896 \quad (6 \text{ pont})$$

41) Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.

a) Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának? (7 pont)

A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják. A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyet (ezzel kiválasztják a szobájukat).

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába! (6 pont)

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért. A szálloda pincérei felszolgálás közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörnek (ezt tekinthetjük úgy, hogy $\frac{1}{2000}$ annak

a valószínűsége, hogy egy adott tényért összetörnek). A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tényért szolgálnak fel.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tényért összetörnek! (4 pont)

42) Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint: $f(x) = (x+1)^2 - 2$; $g(x) = -x - 1$

a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a $-3,5 \leq x \leq 1$ intervallumhoz tartozó része.) (4 pont)

b) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben a g függvényt! (2 pont)

c) Oldja meg az $(x+1)^2 - 2 \leq -x - 1$ egyenlőtlenséget! (6 pont)

43)

a) Ábrázolja a $[-2; 4]$ -on értelmezett, $x \rightarrow (x-1,5)^2 + 0,75$ hozzárendeléssel megadott függvényt! (2 pont)

b) Állapítsa meg a fenti függvény minimumának helyét és értékét! (2 pont)

c) Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 1 - 2x$ egyenletet! (8 pont)

44) Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.

a) Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg?(4 pont)

b) Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza?(4 pont)

c) A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100 %-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75 %-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos? (5 pont)

d) Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az elnyerhető maximális pénzt viheti haza? (4 pont)

45) Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

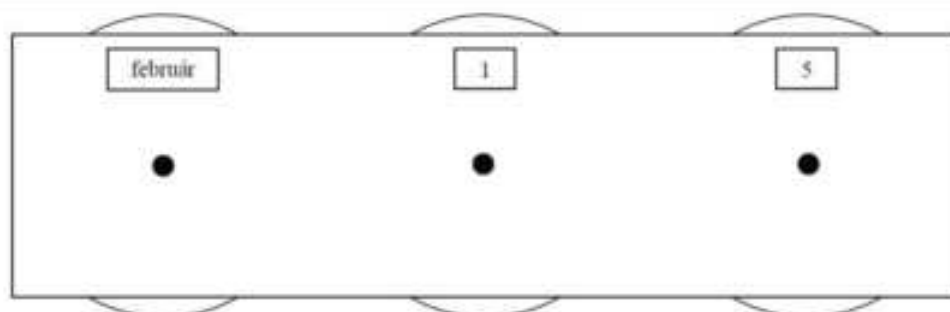
a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába? (6 pont)

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső

korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3,8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

b) Összesen hány „dátum” forgatható ki? (3 pont)

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév. (3 pont)



46) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = 2$$

(6 pont)

Legyenek f , g és h függvények a valós számok halmazán értelmezve úgy, hogy

$$f(x) = x - 1,$$

$$g(x) = 2^x,$$

$$h(x) = |x| - 3.$$

b) Adja meg annak a függvénynek a betűjelét, amely a (-2) -höz (-1) -et rendel! (2 pont)

c) Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén! (5 pont)

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van minimuma
f			
g			
h			

47) Amerikai kutatók 104 labrador genetikai elemzése alapján felállítottak egy egyenletet, amellyel (a kutya 3 hónapos korától) megmondható, milyen korú az adott kutya emberévekben. A kutya valódi életkorát években mérve jelölje K , ekkor az emberévekben kifejezett életkort (E) az alábbi képlettel kapjuk: $E = 37 \cdot \lg K + 31$ (ahol $K > 0,25$)

a) Egy kutya emberévekbe átszámított életkora $E = 70$ év. Hány év, hány hónap ennek a kutyának a valódi életkora? Válaszát egész hónapra kerekítve adja meg! (6 pont)

Egy másik átszámítás szerint – a kutya 3 éves korától kezdve – az emberévekben kifejezett életkor az $e = 5,5 \cdot K + 12$ képlettel kapható meg (ahol $K > 3$).

- b) Számítsa ki egy $K = 8$ éves labrador esetén az emberévekben kifejezett életkort mindkét képlettel! Az amerikai kutatók képletéből kiszámított érték hány százalékkal nagyobb, mint a másik képletből kiszámított érték? (6 pont)

- 48) a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(x + 4)^2 + (x + 1) \cdot (x + 2) = 9 \quad (6 \text{ pont})$$

- b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ 3x - 7y = 36 \end{array} \right\} \quad (6 \text{ pont})$$